

# Spelen op getallenvelden: van oefenen naar onderzoeken

Leo Prinsen

Rekenspelletjes worden vaak ingezet bij oefenen. Het gaat dan meestal om rechttoe-rechtaan oefenen van feitenkennis. Een voorbeeld daarvan is oefenen van tafelkennis met het spel tafelbingo. Bij goed rekenspel kan echter sprake zijn van meer dan oefenen van feiten en aanpakken. Gericht oefenen gaat dan hand in hand met flexibel, probleemgericht oefenen, er is ruimte voor toepassen, probleemoplossen en onderzoeken en er sluipen ongemerkt nieuwe elementen binnen.

# M

et een bijzondere spelomgeving voor rekenen, getallenvelden, kan gericht worden geoefend, is er ruimte voor toepassen, probleemoplossen en onderzoeken. Getallenvelden vormen een ideale voedingsbodem bij rekenen/wiskunde voor spellen met meerwaarde op het punt van oefenen.

Dat komt door hun natuurlijke en vaak magische aantrekkingskracht, de mogelijkheid voor probleemgericht oefenen van basale rekenkennis, rekenstrategieën en redeneren en door de mogelijkheid om spel te verweven met onderzoek.



Figuur 1 Een spel in de sfeer van magische vierkanten

Er zijn wat getallenvelden betreft twee soorten spellen te onderscheiden: spellen waarbij een getallenveld be-dekt wordt en spellen waarbij een getallenveld ont-dekt wordt.

Van elke soort wordt een voorbeeld uitgewerkt waarbij de koppeling van spellen met oefenen én onderzoeken duidelijk aanwezig is. Bij elk voorbeeld gaat het om een spelprincipe waarbij verschillende spel- en puzzelvormen mogelijk zijn.

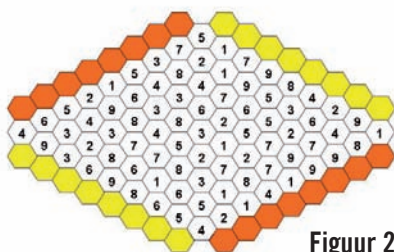
## GETALLENVELDEN BE-DEKKEN

Het getallenveld van figuur 2 is een voorbeeld waarbij sprake is van be-dekken. Het vormt de basis voor allerlei doolhofachtige rekenspellen die probleemgericht oefenen en onderzoeken uitlokken.

Bij al die spellen is de kern van het spelidee dat speler Geel probeert een tegelpad tot stand te brengen tussen de gele zijanten en speler Rood tussen de rode zijanten. Ze kunnen elkaar daarbij op meerdere manieren dwarszitten.

Twee magische dobbelstenen met de getallen 0 t/m 9 spelen een belangrijke rol bij de spellen.

Bij het spel 'Getallenbos' bijvoorbeeld gaat het bij de worp met de twee stenen om de tussenliggende getallen. Gooit speler Geel 4 en 8 dan bedekt die speler een 5-tegel, een 6-tegel en een 7-tegel met fiches. Gooit Rood daarna 6 en 7 dan heeft die speler helaas pech. Een 'dubbel' zoals 5 en 5 wordt overgegooid.



Figuur 2



Figuur 3

De spelers bedekken de tegels met dezelfde soort fiches. Daardoor kunnen ze van de tegels van elkaar gebruik maken. 'Getallenbos' is een spel vanaf groep 2-3.

*'Getallenbos' gaat op bezoek bij de kleuters*

Het is vrijdagmorgen en vijf leerlingen van groep 8 van de Rietveldschool uit Badhoevedorp zijn bij de kleuters om daar met hen het spel 'Getallenbos' te spelen.

Nicole (12 jaar) speelt het spel met Noor (6). Op de achtergrond is Lotte (12) bezig met Kelly (5) en Leo (6) is daarbij de aandachtige toeschouwer. Nicole heeft een getallenrij geschreven op een gele strook en laat Noor zien hoe ze daarvan gebruik kan maken: je legt twee (wijs)vingers op de dobbelsteengetallen en ziet dan meteen welke getallen er tussenzitten.



Figuur 4

Noor onderzoekt en ontdekt in korte tijd heel veel, bijvoorbeeld hoe het spel werkt, hoe je gebruik kunt maken van de hulprij, wat slimme manieren zijn om te spelen, dat er tussen 1 en 9 heel veel getallen liggen en... hoe je de beker met dobbelstenen moet hanteren als de speeltafel klein is. Dat laatste is mooi te zien op de foto van figuur 4.

Nicole en Lotte komen erachter dat het spel bij de kleuters in de smaak valt en waarom dat waarschijnlijk zo is. Nicole: 'Noor vond dit spel het leukst, ik zelf ook. Het was niet super makkelijk maar dat maakt het juist leuk.'

En Leo ontdekt hoe goed sommige leerlingen uit groep 8 jongere kinderen kunnen begeleiden, hoe moeiteloos veel kleuters zich inleven in het toch wel abstracte spel, hoe sterk ze gericht zijn op greep krijgen op het spel en hoe snel ze er zelfstandig mee aan de slag kunnen gaan.

Dat laatste werd duidelijk toen hij ongeveer een uur later het spel speelde tegen Noor en Kelly samen. Noor deed aan Kelly voor hoe je van de getallenstrook gebruik kunt maken en deed daarbij perfect na wat ze van Nicole afgekeken had.

Mooi ook was het om te zien dat sommige kinderen zonder steun van de getallenstrook tellend vanaf het kleinste getal te werk gingen. Er was zelfs een kleuter die dat demonstratief deed om te laten zien hoe goed hij was.

*Spelen is onderzoeken*

Of 'Getallenbos' een topspel is, moet nog blijken.

Dat er bij dit spel sprake is van onderzoek en dat daarbij spel en onderzoek verweven zijn, is echter wel duidelijk en een positief teken voor de kwaliteit van het spel. Daarmee heeft het spel didactisch gezien een meerwaarde die ook ten goede komt aan de kwaliteit van het oefenen.

De relatie tussen spel en onderzoek kan nog verder worden doorgetrokken, bijvoorbeeld bij het maken van een spel. Dat vormt een prachtige mogelijkheid om spel en onderzoek te combineren. Met elkaar een spel bedenken, maken, uitproberen en verbeteren leidt gegarandeerd tot een soort onderzoek en tot activiteiten die bijdragen aan een onderzoekende houding.

Dit alles mondt ten slotte uit in de visie dat spel en onderzoek in het verlengde liggen van elkaar. Leerlingen zijn bij topspel onderzoekend bezig en ook andersom is onderzoek op basisschoolniveau pas top als het wordt ervaren als een spannend spel.\* Op het gebied van getallenbossen is van dat laatste een mooi voorbeeld te vinden. Surf daarvoor naar [www.rekenweb.nl](http://www.rekenweb.nl) en dan 'Grote rekendag 2006, onderbouw'.

**GETALLENVELDEN ONT-DEKKEN**

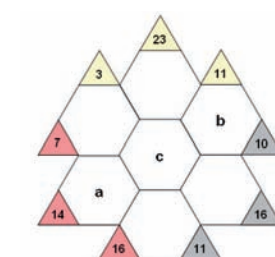
Er is met getallenvelden nog op een heel andere manier te spelen. Het gaat er dan om ze tevoorschijn te toveren. De Sudoku-puzzel is daarvan op dit moment het meest bekende voorbeeld (zie figuur 5). Een gedeelte van het getallenveld is bekend en de rest moet ont-dekt worden met behulp van redeneren. Rekenen komt er niet aan te pas.

6			3		9
	1	6	7	2	
7	3		4		1
7			1		2
8		9	6		4
		4	2	3	
9	8	1	3	5	6
1	6	7		9	
5				8	

Figuur 5

Minder bekend maar zeker zo interessant voor oefenen en onderzoekend leren zijn puzzels waarbij het te ont-dekken getallenveld wordt omringd door 'veldwachters' in de vorm van getallen. Ik bespreek daarvan de Zweedse getallenpuzzel of Kakuro.

Daarbij wordt niet alleen gereedeneerd maar ook gerekend. De Kakuropuzzel is enigszins optimistisch aangekondigd als de opvolger van de Sudoku. In figuur 6 is er een afgebeeld. Het gaat erom de zeven getallen te vinden die thuishoren in het getallenveld van de zeshoekige tegels.



De veldwachters in de gekleurde driehoekjes en drie eenvoudige regels (zie figuur 7).

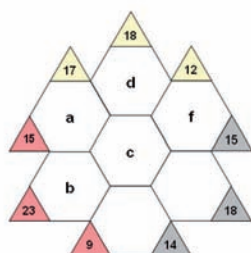
Figuur 6

- Kakuroregels:**
- 1) De veldwachters vormen de som van de bijbehorende rij tegelgetallen. Zo geldt bijvoorbeeld dat de getallen a, c en b samen 14 zijn.
  - 2) Alleen de getallen 1 t/m 9 zijn toegestaan.
  - 3) Getallen mogen in een rij maar één keer voorkomen.

**Figuur 7**

Natuurlijk is het mogelijk een oplossing te vinden door ‘gewoon’ wat in te vullen. Je baant je dan al rekenend een weg door het veld totdat je eventueel vastloopt. Maar bij grotere getallevelden werkt die strategie minder goed en een deel van de uitdaging gaat erdoor verloren. Bovendien weet je dan niet zeker of de oplossing die je vindt de enige is.

De kunst is dus om het getalleveld te veroveren op basis van rekenen én redeneren. Dat is in figuur 6 nog betrekkelijk eenvoudig. Een sleutel van de oplossing ligt bij het somgetal 3. Daarbij zijn maar twee mogelijkheden en het is niet moeilijk om één ervan uit te sluiten.



**Figuur 8**

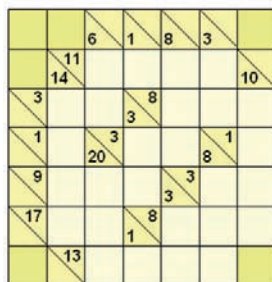
En hoe zit het met de puzzel van figuur 8?

Natuurlijk kun je zoeken naar een rijtje met maar twee mogelijkheden zoals 9/8 of 8/9 bij het somgetal 17 en dan één van de mogelijkheden rondrekenen. Maar ook redeneren op een hoger plan is mogelijk. Is zo'n redenering te vinden?

Eén van de mogelijke redeneringen verloopt als volgt:

De getallen a en b zijn samen 17. Getal a is dus gelijk aan 8 of 9. Dat geldt eveneens voor f want de som van a en d is gelijk aan de som van f en d. En daaruit volgt weer dat b en f samen ook 17 zijn. Dat levert op dat het centrumgetal c gelijk is aan 6. De mogelijkheid van 9 voor a en f vervalst want dan wordt d gelijk aan 6 en dat is tegen de regels want c is al gelijk aan 6. Dus zijn a en f gelijk aan 8 en kan het veld verder makkelijk ont-dekt worden.

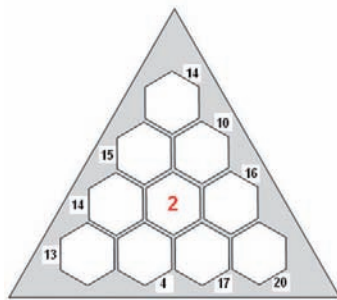
Kakurovelden zijn er in allerlei vormen tot de meest grillige aan toe. Figuur 9 bevat daarvan een voorbeeld. Werp er een overzichtelijke blik op en je kunt al vier enen invullen. Daarna komt er via een aantal drieën een hele kettingreactie op gang.



**Figuur 9**

(Draai)symmetrische veldvormen zoals de vormen van de figuren 8 en 10 zijn wiskundig gezien extra interessant. Het centrumgetal c speelt er bijvoorbeeld een sleutelrol en er zijn zelfs echte toverformules waarmee dat centrumgetal uit een aantal randgetallen te brouwen is.

In figuur 10 is het centrumgetal gegeven. Daardoor is het niet al te moeilijk om de oplossing al redenerend te vinden. Zonder centrumgetal wordt dat echter moeilijker!



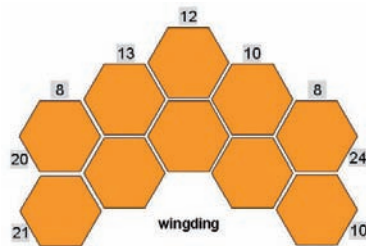
Figuur 10

Puzzelland, een puzzelclub en uitgever van puzzelbladen, verspreidt onder de naam 'Sombbrero' kakuro-puzzels die zeer geschikt zijn als trainingsmateriaal voor de groepen 4 t/m 8 van de basisschool. Ze zijn te vinden via [www.puzzelland.nl](http://www.puzzelland.nl) en in Sombbrero puzzelboekjes die onder andere te koop zijn bij de winkels van Bruna en AKO.

*Kakuro-puzzels: rekenen, redeneren en onderzoeken*

Bij Kakuro gaan rekenen (onder 100) en redeneren hand in hand en komen allerlei bekende en nieuwe splitscombinaties aan bod. Daarnaast zijn er verschillende zoekstrategieën te ontdekken en te testen op hun kracht. Bovendien bieden symmetrische getalenvelden extra onderzoeksmogelijkheden die wiskundig interessant zijn.

Ook bij het ont-dekken van getalenvelden kan spelen en onderzoeken uitmonden in eigen producties. Daarvan getuigt bijvoorbeeld het 'wingding' in figuur 11 dat ontworpen is door Sophie (11) en Lynn (12) uit groep 8 van de Rietveldschool.



Figuur 11

**VAN MOOI MATERIAAL NAAR MOOI ONDERWIJS**

Goed rekenspel kan leiden tot veel meer dan kinderen gemotiveerd bezighouden. Dat is natuurlijk niets nieuws. De meerwaarde beperkt zich echter niet tot allerlei vormen van oefenen. Spel en speelse activiteiten kunnen ook bijdragen aan een onderzoekende houding.

Aan mooi materiaal voor oefenen en onderzoekend leren is langzamerhand geen gebrek meer.\*\* Maar mooi materiaal is nog geen mooi onderwijs. Daarvoor zijn leerkrachten en Pabostudenten nodig met een speelse en onderzoekende houding.

**De auteur is spelmeester, Hogeschool IPABO**  
(Reacties naar: [I.prinsen@hs-ipabo.edu](mailto:I.prinsen@hs-ipabo.edu))

\* Binnen ontwikkelingsgericht onderwijs wordt gewerkt aan een fundamentele basis onder spel en onderzoek. Daarbij worden de leidende activiteiten voor jongere kinderen (spel) en voor oudere kinderen (onderzoek) onder één noemer gebracht (zie bijvoorbeeld het essay 'Rehabilitatie van de Homo Ludens', in *Dwarsdenken* van Bert van Oers, uitg. van Gorcum, 2005)

\*\* Voor meer materiaal en meer informatie over spelen op getalenvelden kunt u terecht op [www.hs-ipabo.edu/spelenderwijs](http://www.hs-ipabo.edu/spelenderwijs).